

***k*-законы нуля или единицы для случайных дистанционных графов**

Попова С.Н.

МГУ, Ленинские горы, д.1, Москва, 119991, Россия

e-mail: popovaclaire@mail.ru

Изучение законов нуля или единицы для случайных графов было начато Глебским, Коганом и Лиогоньким (см. [1]). В [1] был доказан закон нуля или единицы для случайного графа Эрдеша–Реньи $G(n, p)$. Затем С. Шела и Дж. Спенсер расширили класс функций $p(n)$, для которых случайный граф $G(n, p)$ подчиняется закону нуля или единицы (см. [2]). Законы нуля или единицы для случайных дистанционных графов были впервые исследованы М.Е. Жуковским (см. [3]). В [4] автором был изучен закон нуля или единицы для более общей модели случайных дистанционных графов.

Пусть $\{G_n = (V_n, E_n)\}_{n=1}^{\infty}$ — последовательность дистанционных графов и $p = p(n)$ — функция от n . Пусть $\Omega_{G_n} = \{G = (V, E) : V = V_n, E \subseteq E_n\}$. Случайный дистанционный граф $G(G_n, p)$ — это случайный элемент с распределением

$$P(G(G_n, p) = G) = p^{|E|}(1-p)^{|E_n|-|E|}, \quad G = (V, E) \in \Omega_{G_n}.$$

Скажем, что последовательность $G(G_n, p)$ подчиняется k -закону нуля или единицы, если для любого свойства первого порядка L , выражаемого формулой первого порядка с кванторной глубиной не более k , вероятность того, что случайный граф $G(G_n, p)$ обладает свойством L , стремится либо к 0, либо к 1 при $n \rightarrow \infty$. Скажем, что последовательность $G(G_n, p)$ подчиняется расширенному k -закону нуля или единицы, если для любого свойства первого порядка L , выражаемого формулой первого порядка с кванторной глубиной не более k , любой частичный предел последовательности $\{P(G(G_n, p) \models L)\}_{n=1}^{\infty}$ равен 0 или 1.

В данной работе даются условия на последовательность $\{G_n\}_{n=1}^{\infty}$, при которых имеет место один из следующих взаимоисключающих случаев:

- выполнен k -закон нуля или единицы,
- k -закон нуля или единицы не выполнен, но выполнен расширенный k -закон нуля или единицы,
- расширенный k -закон нуля или единицы не выполнен.

Работа выполнена при поддержке РНФ, проект № 16-11-10014.

Литература

1. Глебский Ю.В., Коган Д.И., Лиогонький М.И., Таланов В.А. Объем и доля выполнимости формул узкого исчисления предикатов. *Кибернетика*, 2, 17-26 (1969).
2. Shelah S., Spencer J.H. Zero-One Laws for Sparse Random Graphs, *J. Amer. Math. Soc.*, 1, №1, 97-115 (1988).
3. Жуковский М.Е. О последовательности случайных дистанционных графов, подчиняющейся закону нуля или единицы. *Проблемы передачи информации*, 47, № 3, 39-57 (2011).
4. Попова С.Н. Закон нуля или единицы для случайных дистанционных графов с вершинами в $\{-1, 0, 1\}^n$, *Проблемы передачи информации*, 50, №1, 79-101 (2014).