

Обобщенный определитель и перечисление ограниченных перестановок

Ефимов Д. Б.

Физико-математический институт Коми НЦ УрО РАН, Коммунистическая, 24,
Сыктывкар, 167982, Россия
e-mail: defimov@dm.komisc.ru

Пусть $A = (a_{ij})$ — некоторая $(0, 1)$ -матрица порядка n . Каждая такая матрица определяет некоторый класс $\mathcal{B}(A)$ так называемых ограниченных перестановок. А именно, перестановка p принадлежит $\mathcal{B}(A)$ тогда и только тогда, когда для ее матрицы инцидентности M_p выполняется неравенство $M_p \leq A$, т.е. каждый элемент матрицы M_p не больше соответствующего элемента матрицы A . Обозначим через E_A и O_A соответственно число четных и нечетных перестановок из класса $\mathcal{B}(A)$. Нетрудно видеть, что $|\mathcal{B}(A)| = E_A + O_A = \text{per } A$ и $E_A - O_A = \det A$. Отсюда получаем следующие формулы для вычисления общего числа четных и нечетных перестановок из класса $\mathcal{B}(A)$ (см. [1], стр. 116 и [2]):

$$E_A = \frac{\text{per } A + \det A}{2}, \quad O_A = \frac{\text{per } A - \det A}{2}. \quad (1)$$

В данной работе мы рассматриваем обобщенные функции определителя, аналогичные функциям Шура или имманантам (см. [3], стр. 23 или [4]), и с их помощью распространяем формулы (1) на случай перечисления ограниченных перестановок, принадлежащих двум произвольным непересекающимся взаимодополняющим классам. Мы также показываем связь между обобщенным определителем и ассоциативными конечномерными алгебрами с нильпотентными образующими.

Литература

1. Шевелев В.С., «Некоторые вопросы теории перечисления перестановок с ограниченными позициями», *Итоги науки и техники. Серия «Теория вероятностей. Математическая статистика. Теоретическая кибернетика»*, 30, 113–177 (1992).
2. Shevelev V., «Combinatorial minors for matrix functions and their applications», *Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej. Seria: Matematyka Stosowana*, 4, 5–16 (2014).
3. Минк Х. *Перманенты*, М.: Мир, (1982).
4. Кузьма Б. «Об отображениях, сохраняющих иммананты», *Фундаментальная и прикладная математика*, 13, No 4, 113–120 (2007).